

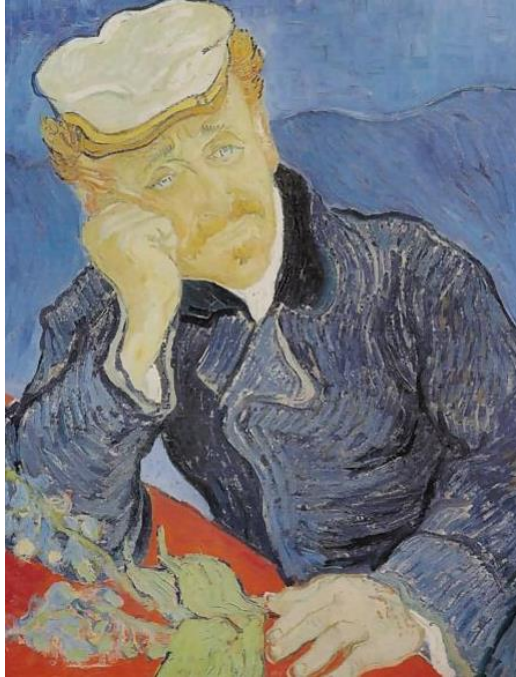
Σταύρος Σ. Λίτσας



$$i^2 = -1$$

ΞΑΝΘΗ – Αύγουστος 2013

## διάχυση της γνώσης



Vincent Van Gogh

Στη θέση αυτή θεωρούμε χρήσιμο να δανειστούμε τη γνώμη ενός εξαιρετικού δάσκαλου, του ΑΡΙΣΤΟΥ ΔΗΜΗΤΡΙΟΥ, από ένα Φροντιστηριακό του βιβλίου Γεωμετρίας του 1977 ! σχετικά με τα διάφορα ... Απαγορεύεται ... και τα περίφημα πνευματικά δικαιώματα ...

### Σπί θέση του COPYRIGHT

Όταν διαβαζουμε ή όταν άκουμε κάτι, έχουμε ιερή χρέος πός τό μαθητή, αυτό τό κάτι, νά τό δουλέψουμε, νά τό νοιώσουμε, κι άφοϋ τό κάναμε πιο καθαρό και πιο όμορφο, νά τό τό ξαναδώσουμε.  
Γι' αυτό, θέταν χαρά για μέγα, έν αυτά που γράφονται σε τότο τό μικρό θιβλίό, τό έθελπα γραμμένα και σάβηλο και σάβηλο και σάβηλο... άρκά εκεί, οι ίδιες αυτές σκέψεις, νά δοθούν στο παιδί, πιο ζωντανά και πιο άποκλήρωμένα.

Σταύρος Σ. Λίτσας  
Μαθηματικός  
Δ/ντης Λυκείου  
"ΑΕΙΟΝ

# Πρόλογος

Τα μαθηματικά κατεύθυνσης της Γ' λυκείου αποτελούν, εδώ και χρόνια, πρόκληση για τους μαθητές.

Παρόλο που θεωρείται το δυσκολότερο μάθημα για τις πανελλήνιες εξετάσεις, εντούτοις ο επιμελής και μεθοδικός μαθητής μπορεί να έχει εξαιρετική επίδοση.

Κάθε μαθητής πριν ασχοληθεί με τα αντικείμενα των μαθηματικών της Γ' Λυκείου οφείλει να γνωρίζει πολύ καλά τα μαθηματικά αντικείμενα προηγούμενων τάξεων που αναφέροντα παρακάτω.

Για τον μαθητή βέβαια που φιλοδοξεί να αναρριχηθεί στα ανώτατα βαθμολογικά επίπεδα των εξετάσεων δεν υπάρχουν όρια.

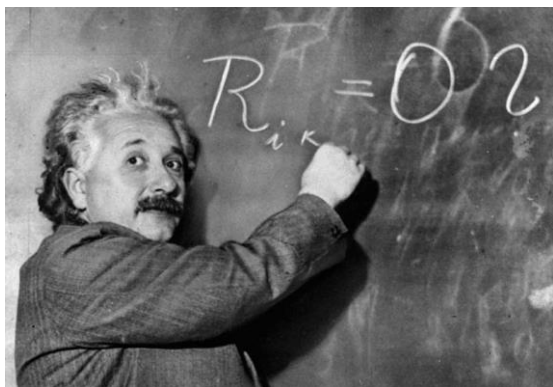
**Πάντα όμως ο μαθητής καλό είναι να έχει υπόψη του την αναλογία **70% – 30%****

'''  
**Ο καλύτερος δάσκαλος θα τον βοηθήσει κατά 30% στην επιτυχία του, ενώ το υπόλοιπο 70% εξαρτάται ΑΠΟΚΛΕΙΣΤΙΚΑ και ΜΟΝΟ από την προσωπική του μελέτη, που πρέπει να είναι ανάλογη με τους στόχους του...**

- 1. Βασικές ταυτότητες και άλγεβρα στο  $\mathbb{R}$ .**
- 2. Απόλυτες τιμές και ρίζες.**
- 3. Τριώνυμο.**
- 4. Πολυώνυμα** - λύση εξισώσεων, ανισώσεων και συστημάτων.
- 5. Καρτεσιανό επίπεδο** και βασικές έννοιες συντεταγμένων.
- 6. Άλγεβρα Λογαρίθμων.**
- 7. Ευθεία.**
- 8. Κύκλος** και Κωνικές Τομές.
- 9. Στοιχεία τριγωνομετρίας.**

## Προτεινόμενη Βιβλιογραφία

1. "ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ" τ.2 Αναστάσιος Μπάρλας "ΕΛΛΗΝΟΕΚΔΟΤΙΚΗ"
2. "ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ" τ.2 Γ.Λ. Μαυρίδης "ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΜΑΥΡΙΔΗ"
3. "ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ" τ.2 Δημήτρης Ντάβος "ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΠΑΤΑΚΗ"
4. "ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ" τ.3 Γ. Μιχαηλίδης – Oct. Stanasila ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ 2007
5. "ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ" τ.2 Βασίλης Παπαδάκης "ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΣΑΒΒΑΛΑ" 2011
6. ... η προσωπική έρευνα στα βιβλιοπωλεία επιφέρει και άλλους καρπούς...



Α μέρος

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ

**εν αρχή...**

**Ο μαθητής που απαιτεί υψηλή βαθμολογία στα Μαθηματικά κατεύθυνσης, πρέπει να χειρίζεται και να λύνει ασκήσεις που αφορούν ύλη προηγούμενων ετών όπως πχ:**

1. Να λυθούν στο  $\mathbb{R}$ , οι παρακάτω εξισώσεις:

α)  $(x-2)^2 = (2+x)^4$

β)  $\frac{1}{x} = \frac{2}{x+1} + \frac{3}{x-1}$

γ)  $\sqrt{x} - \sqrt{x-1} = 1$

δ)  $\sqrt{x} - \sqrt{x-1} = a$  όπου  $a \in \mathbb{R}$

ε)  $|x^3 - 3| = 1$

ζ)  $|x^3 + 2| = |x|$

η)  $(x-2)^{10} = 2$

θ)  $(\sin x - \eta \mu x)^2 = 1$

ι)  $(x-2)^{\sqrt{2}} = 2$

κ)  $(2 + \sqrt{5})^{\sqrt{x}} = 2$

2. Να λυθούν στο  $\mathbb{R}$ , οι παρακάτω ανισώσεις:

α)  $x(x-7) > 8$

β)  $(3x+1)^2 \leq (x-1)^2$

γ)  $(x-1)(2x-1) > 0$

δ)  $(x+3)^3 \leq 1$

ε)  $(x^2-1)(x+2) > x^3+1$

στ)  $\frac{1}{x} > x$

ζ)  $\sqrt{x} + \sqrt{x-1} > 1$

η)  $2|1-x| < 1$

θ)  $\|x| - 2| \geq 1$

3. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία  $A(-1,4)$  και  $B(2,-3)$ . Ακολουθώντας να βρεθεί η εξίσωση της καθέτου που άγεται από το σημείο  $M(2,2)$  προς την παραπάνω ευθεία.

4. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο  $A(-2,-1)$  και είναι παράλληλη προς την ευθεία με εξίσωση:  $3x - \sqrt{3}y - 1 = 0$ . Ακολουθώντας να βρεθεί η εξίσωση της καθέτου που άγεται από την αρχή των αξόνων προς την παραπάνω ευθεία.

5. Δίνεται η εξίσωση:  $x^2 + y^2 - 2x + 4y = -1$ .

- Ναδειχθεί ότι παριστάνει κύκλο του οποίου να βρεθεί το κέντρο και η ακτίνα.
- Ακολουθώντας ναδειχθεί ότι ο κύκλος αυτός εφάπτεται του οριζόντιου άξονα και να βρεθεί το σημείο επαφής.
- Ποιο σημείο του κύκλου απέχει ελάχιστη απόσταση από την αρχή των αξόνων; Και ποιά μέγιστη;

6. Δίνεται η εξίσωση:  $(x-1)^2 + y^2 = 1$ .
- Ναδειχθεί ότι παριστάνει κύκλο του οποίου να βρεθεί το κέντρο και η ακτίνα.
  - Να βρεθούν τα διαστήματα που κινούνται τα  $x, y$ .
  - Αν  $A(x, y)$  ένα σημείο του κύκλου, να εκφραστεί ως συνάρτηση του  $x$  η απόσταση του  $A$  από την αρχή των αξόνων. Πότε η απόσταση αυτή γίνεται ίση με  $\sqrt{3}$ .
7. Δίνονται οι εξισώσεις:  $(x-2)^2 + y^2 = 3$  και η  $y = x$ .
- Να βρεθούν τα κοινά τους σημεία  $A, B$  των γραμμών που εκφράζουν και η απόσταση  $AB$ .
  - Να βρεθεί η απόσταση του κέντρου  $K$  του κύκλου που ορίζει μια από τις δύο παραπάνω εξισώσεις, από τη χορδή  $AB$ .
8. Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου με κέντρο το σημείο  $(1, -2)$  και ακτίνα  $\rho = 1$ . Ακολουθώς να βρεθούν τα σημεία  $M, N$  του κύκλου με την ελάχιστη και τη μέγιστη απόσταση αντιστοίχως, από την αρχή των αξόνων  $(0, 0)$ .
9. Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου με κέντρο το σημείο  $(1, 2)$  και ακτίνα  $\rho = 2$ . Ακολουθώς να βρεθούν τα σημεία  $M, N$  του κύκλου με την ελάχιστη και τη μέγιστη απόσταση αντιστοίχως από το σημείο  $(0, 1)$ .
10. Αν  $M(x, y)$  είναι ένα σημείο που κινείται πάνω στον κύκλο με εξίσωση  $x^2 + y^2 - 6x + 8 = 0$ , να βρεθεί η θέση του σημείου  $M$  ώστε η απόστασή του,  $MO$  από την αρχή των αξόνων  $O(0, 0)$  :
1. Να είναι ελάχιστη
  2. Να είναι μέγιστη
11. Δίνονται οι κύκλοι  $C_1, C_2$  με εξισώσεις αντίστοιχα:
- $$x^2 + y^2 - 4x + 3 = 0$$
- , ο κύκλος
- $C_1$
- και
- $$x^2 + y^2 - 4y + 3 = 0$$
- , ο κύκλος
- $C_2$
1. Να δείξετε ότι οι δύο κύκλοι δεν τέμνονται.
  2. Να βρείτε τα κέντρα και τις ακτίνες τους και να τους σχηματίσετε σε ένα σύστημα αξόνων.
  3. Να βρείτε τα σημεία  $M$  και  $N$  των δύο κύκλων αντίστοιχα των οποίων η απόσταση  $MN$  είναι:
    - A. ελάχιστη
    - B. μέγιστη
  4. Ποια είναι η ελάχιστη απόσταση των δύο κύκλων;

Θα ακολουθήσει το υπόλοιπο εκπαιδευτικό υλικό  
B' μέρος Γ' κλπ...